

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

19 апреля 2019 года

Вариант МА10509

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

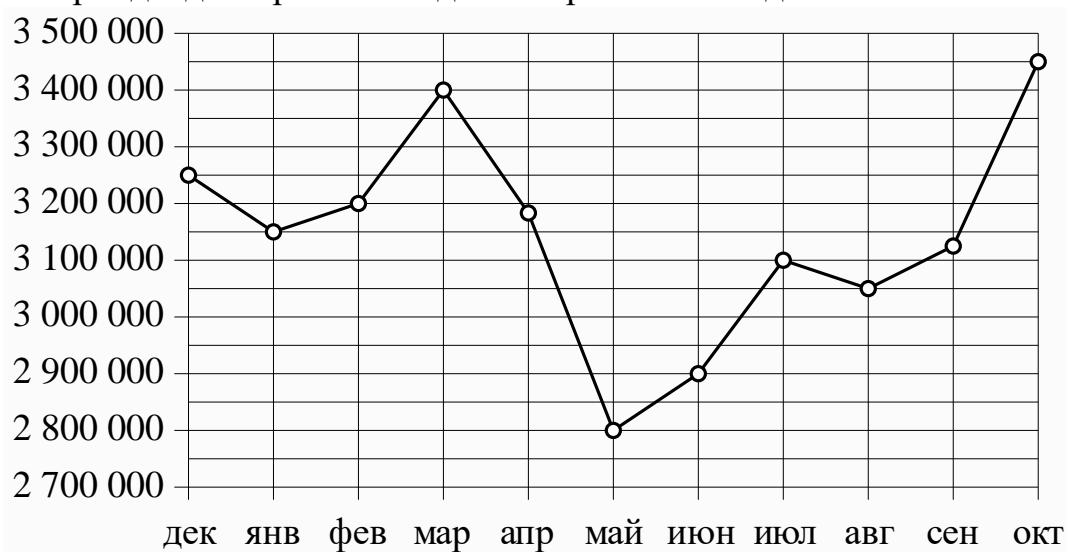
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 В школе 800 учеников, из них 35 % — ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 40 % изучают немецкий язык. Сколько учеников в школе изучают немецкий язык, если в начальной школе немецкий язык не изучается?

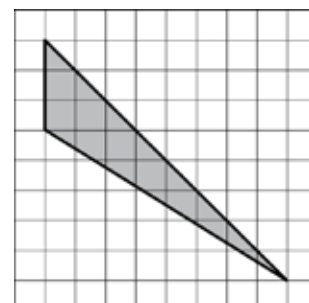
Ответ: _____.

2 На рисунке точками показана месячная аудитория поискового сайта Ya.ru во все месяцы с декабря 2008 года по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество человек, посетивших сайт хотя бы раз за данный месяц. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую месячную аудиторию сайта Ya.ru в период с декабря 2008 года по апрель 2009 года.



Ответ: _____.

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1 ´ 1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в автобусе окажется меньше 24 пассажиров, равна 0,81. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,6. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 14 до 23.

Ответ: _____.

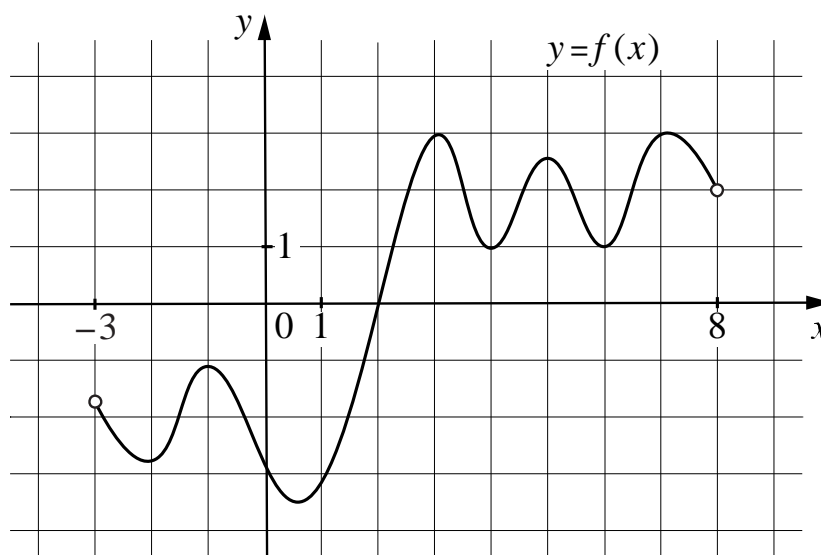
5 Найдите корень уравнения $\frac{1}{5x+8} = \frac{1}{4x-19}$.

Ответ: _____.

6 Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, равен 160° . Найдите число вершин многоугольника.

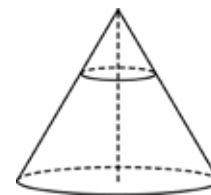
Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

- 8 Площадь основания конуса равна 45. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 4 и 8, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите $-44\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -0,5$.

Ответ: _____.

- 10 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 150^\circ / \text{с}$, фаза $\varphi = 45^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, то загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: _____.

- 11 Первый садовый насос перекачивает 8 литров воды за 3 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 6 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 24 литра воды?

Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = \log_3(x^2 - 14x + 778) + 5$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)} = 2.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 5$ и диагональю $BD = 9$. Все боковые рёбра пирамиды равны 5. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 4$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .

б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

15 Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_2(x^2 - 9) - 2\right)^3 - 1$.

16 Окружность с центром O , вписанная в треугольник ABC , касается стороны BC в точке K . К этой окружности проведена касательная, параллельная биссектрисе AP треугольника и пересекающая стороны AC и BC в точках M и N соответственно.

а) Докажите, что угол MOC равен углу NOK .

б) Найдите периметр треугольника ABC , если отношение площадей трапеции $AMNP$ и треугольника ABC равно $2 : 7$, $MN = 2$, $AM + PN = 6$.

- 17** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 10 лет. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.
- Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,92 млн рублей.

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(x+|y|-2)(x^2+4x+y^2+2)}{x-2} = 0, \\ y = \sqrt{a-5} \cdot x \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

- 19** На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, разность которых делится на 5.
- а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 34, если изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 9 до 20 включительно?
- б) Может ли на доске остаться ровно два числа, произведение которых оканчивается на цифру 1, если изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 59 до 92 включительно?
- в) Пусть известно, что на доске осталось ровно два числа, а изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 59 до 92 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

19 апреля 2019 года

Вариант МА10510

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

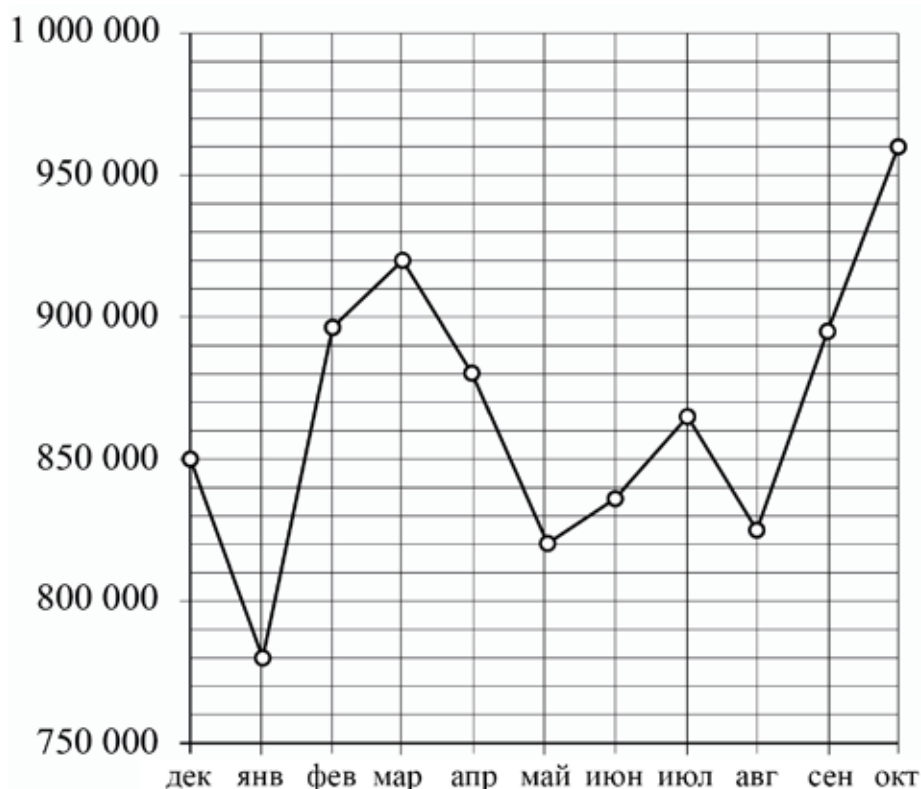
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В школе 1400 учеников, из них 30 % — ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 30 % изучают французский язык. Сколько учеников в школе изучают французский язык, если в начальной школе французский язык не изучается?

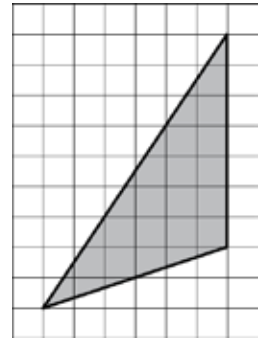
Ответ: _____.

- 2** На рисунке точками показана средняя дневная аудитория поискового сайта Ya.ru во все месяцы с декабря 2008 года по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество человек, посетивших сайт хотя бы раз за день (среднее за все будние дни месяца). Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую среднюю дневную аудиторию сайта Ya.ru в период с февраля по июль 2009 года.



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1 ´ 1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,81. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 19.

Ответ: _____.

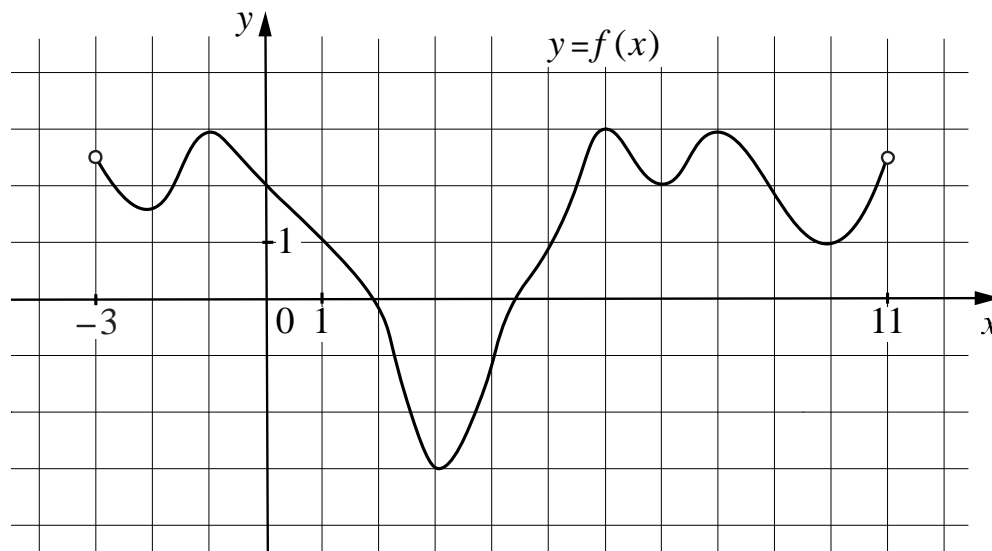
- 5 Найдите корень уравнения $\frac{1}{3x - 11} = \frac{1}{4x + 11}$.

Ответ: _____.

- 6 Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, равен 156° . Найдите число вершин многоугольника.

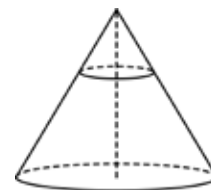
Ответ: _____.

- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 11)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

- 8 Площадь основания конуса равна 48. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 15 и 45, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите $-25\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -0,8$.

Ответ: _____.

- 10 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ / \text{с}$, фаза $\varphi = 15^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, то загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: _____.

- 11** Первый садовый насос перекачивает 8 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 7 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 36 литров воды?

Ответ: _____.

- 12** Найдите наименьшее значение функции $y = \log_4(x^2 + 14x + 305) + 9$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} = -2.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

- 14** В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 4$ и диагональю $BD = 7$. Все боковые рёбра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 3$.

- а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .
 б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

- 15** Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3(x^2 - 4) - 1\right)^3 - 1$.

16 Окружность с центром O , вписанная в треугольник ABC , касается стороны BC в точке K . К этой окружности проведена касательная, параллельная биссектрисе AP треугольника и пересекающая стороны AC и BC в точках M и N соответственно.

а) Докажите, что угол MOC равен углу NOK .

б) Найдите периметр треугольника ABC , если отношение площадей трапеции $AMNP$ и треугольника ABC равно $2:7$, $MN=1$, $AM+PN=3$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на срок 10 лет. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите наименьшую возможную ставку r , если известно, что последний платёж будет не менее 0,819 млн рублей.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|y| - x - 2)(x^2 - 4x + y^2 + 2) \\ x + 2 \\ y = \sqrt{a - 3x} \end{cases} = 0,$$

имеет ровно два различных решения.

19 На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, разность которых делится на 5.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 38, если изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 11 до 22 включительно?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, произведение которых оканчивается на цифру 4, если изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 63 до 96 включительно?

в) Пусть известно, что на доске осталось ровно два числа, а изначально по одному разу были написаны квадраты натуральных чисел от 63 до 96 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?